Αναπαράσταση Μη Πλήρους Χρονικής Περιοδικής Πληροφορίας σε Συστήματα Σχεσιακών Βάσεων Δεδομένων

Βησσαρίων Φυσικόπουλος

18 Ιουλίου, 2008

Περίληψη

Στο [2] παρουσιάζεται ένα μοντέλο για πλήρη περιοδική χρονική πληροφορία. Στα [3, 4] παρουσιάζεται ένα μοντέλο για πλήρη και μη πλήρη χρονική πληροφορία. Ένα ανοικτό πρόβλημα στην περιοχή των βάσεων δεδομένων αλλά και της τεχνιτής νοημοσύνης και των έμπειρων συστημάτων είναι η αναπαράσταση και διαχείριση πλήρους και μη πλήρους περιοδικής χρονικής πληροφορίας. Στο παρούσα εργασία δίνουμε κάποιες ιδέες για την αναπαράσταση της αρχικά και στη συνέχεια παρουσιάζουμε πως θα μπορούσε να είναι μια γλώσσα επερωτήσεων στην προτεινόμενη επέκταση.

1 Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται ιδέες για την αναπαράσταση και διαχείριση πλήρους και μη πλήρους περιοδικής χρονικής πληροφορίας. Στο [2] παρουσιάζεται ένα μοντέλο για πλήρη περιοδική χρονική πληροφορία. Από την άλλη πλευρά στα [3, 4] παρουσιάζεται μια οικογένεια σχεσιακών μοντέλων για πλήρη και μη πλήρη χρονική πληροφορία. Μελετώντας τα παραπάνω μοντέλα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι κανένα από τα δύο δεν είναι αρκετά εκφραστικό ώστε να αναπαραστήσει πλήρη και μη πλήρη περιοδική χρονική πληροφορία. Όμως με μια πρώτη ματιά φαίνεται ότι ένας συνδυασμός τους θα μπορούσε να δημιουργήσει ένα μοντέλο που μπορεί να αναπαραστήσει και πλήρη και μη πλήρη περιοδική χρονική πληροφορία. Θα βασιστούμε σε μια απλουστευμένη θεώρηση των δεδομένων χρησιμοποιώντας ακεραίους και διαστήματα σε αυτούς. Πιο συγκεκριμένα το επεκτεταμένο μοντέλο που προτείνουμε παρουσιάζεται σε διαστήματα ακεραίων και κάθε σημείο μπορεί να θεωρηθεί ως διάστημα μηδενικού μήκους. Ένα πρόβλημα είναι ότι, για παράδειγμα στην προβολή, καταλήγουμε σε αποτελέσματα που δεν είναι διάστηματα το οποίο όμως όπως θα δούμε μπορεί εύκολα να ξεπεραστεί.

2 Αναπαράσταση Περιοδικής Χρονικής Πληροφορίας

Για την αναπαράσταση μη πλήρους περιοδικής χρονικής πληροφορίας η γενική ιδέα είναι να επεκτείνουμε το μοντέλο που παρουσιάζεται στο [2] για αναπαράσταση χρονικής περιοδικής πληροφορίας έτσι ώστε να έχει τη δυνατότητα αναπαράστασης μη πλήρους πληροφορίας. Για την αναπαράσταση μη πλήρους πληροφορίας θα βασιστούμε στα [3, 4]. Για πληρότητα, παρουσιάζουμε αρχικά την αναπαράσταση πλήρους περιοδικής χρονικής πληροφορίας παραθέτοντας κάποιους ορισμούς από το [2] μαζί με μερικά παραδείγματα. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε την επέκταση για αναπαράσταση μη πλήρους πληροφορίας.

2.1 Αναπαράσταση Πλήρους Περιοδικής Χρονικής Πληροφορίας

Ορισμός 2.1. Ένα **γραμμικό επαναλαμβανόμενο σημείο** (linear repeating point - **lrp**) είναι ένα υποσύνολο $\{x(n)\}$ του συνόλου των ακεραίων Z και αποτελείται από ένα ή άπειρα σημεία. Τα στοιχεία $x(n)$ ορίζονται από μια εξίσωση της μορφής $x(n) = c + kn$ όπου τα $c, k, n \in Z$ και η n παίρνει όλες τις τιμές στο Z.

Παράδειγμα 2.2. Το τετριμμένο lrp 4 αναπαριστά το μονοσύνολο $\{4\}$ ενώ το lrp $4 + 5n$ το σύνολο $\{\ldots - 11, -6, -1, 4, 9, 14, 19, \ldots\}$.

Έστω X_1, X_2 χρονικά γνωρίσματα. Οι ατομικοί περιορισμοί χωρίζονται σε *γενικούς* (general) που είναι τυχαίες γραμμικές εξισώσεις ισοτήτων και ανισοτήτων όπου εμφανίζονται το πολύ δύο χρονικά γνωρίσματα (π.χ. $X_1 \leq 4X_2 + 5$). Οι *μοναδιαίοι* (restricted)* περιορισμοί είναι γενικοί περιορισμοί όπου στις γραμμικές εξισώσεις ο συντελεστής των χρονικών γνωρισμάτων είναι 1 (π.χ. $X_1 \leq X_2 + 5$). Οι περιορισμοί που επιτρέπουμε στα lrp είναι συζεύξεις ατομικών περιορισμών.

Ορισμός 2.3. Έστω T είναι ένα σύνολο από lrp και D ένα σύνολο μη χρονικών δεδομένων. Μια **γενικευμένη πλειάδα** χρονικής πλειομέλειας k και πλειομέλειας δεδομένων l ορίζεται ως $T^k \times D^l$ μαζί με περιορισμούς στα lrp.

*Επιλέγουμε τη λέξη «μοναδιαίος» ως μετάφραση της αγγλικής «restricted» έναντι της «περιορισμένος» για προφανείς λόγους αναγνωσιμότητας.

Παράδειγμα 2.4.

- Η γενικευμένη πλειάδα $[1, 1 + 2n]$ με περιορισμό $X_2 \geq 0$ αναπαριστά το άπειρο σύνολο $\{[1, 1], [1, 3], \ldots\}$.
- Η γενικευμένη πλειάδα $[3 + 2n_1, 5 + 2n_2]$ με περιορισμό $X_1 = X_2 - 2$ αναπαριστά το άπειρο σύνολο $\{\ldots, [1, 3], [3, 5], [5, 7], \ldots\}$.
- Η γενικευμένη πλειάδα $[3+2n_1, 5+2n_2]$ με περιορισμό $X_1 = X_2-2 \wedge X_1 \geq 0 \wedge X_2 \leq 100$ αναπαριστά το πεπερασμένο σύνολο $\{[1, 3], [3, 5], [5, 7], \ldots, [98, 100]\}$.

Ορισμός 2.5. Μια **γενικευμένη σχέση** είναι ένα πεπερασμένο σύνολο γενικευμένων πλειάδων του ίδιου σχήματος (schema).

2.2 Αναπαράσταση Μη Πλήρους Περιοδικής Χρονικής Πληροφορίας

Στο παρόν εδάφιο, επεκτείνουμε τους ορισμούς των περιορισμών επιτρέποντας στις γραμμικές εξισώσεις να περιλαμβάνουν ένα ειδικό είδος μεταβλητών που ονομάζουμε *ω-μεταβλητές* (e-variables [3, 4]) που θα τις συμβολίζουμε ως $\omega, \omega_1, \omega_1, \ldots$. Επιπλέον, ορίζουμε ένα νέο είδος ατομικών περιορισμών τους *ολικούς περιορισμούς* που είναι τυχαίες γραμμικές εξισώσεις ισοτήτων και ανισοτήτων όπου εμφανίζονται μόνο ω-μεταβλητές και σταθερές. Οι ολικοί περιορισμοί είναι συζεύξεις ολικών ατομικών περιορισμών.

Ορισμός της επέκτασης της γενικευμένης πλειάδας είναι προφανής.

Ορισμός 2.6. Έστω T είναι ένα σύνολο από lrp και D ένα σύνολο μη χρονικών δεδομένων. Μια **επέκταση γενικευμένης πλειάδας** χρονικής πλειομέλειας k και πλειομέλειας δεδομένων l ορίζεται ως $T^k \times D^l$ μαζί με επεκτάσεις περιορισμών με ω-μεταβλητές στα lrp.

Παρατηρούμε ότι η ω-μεταβλητές επιτρέπουν την αναπαράσταση μη πλήρους πληροφορίας.

Παράδειγμα 2.7.

- Η επέκταση της γενικευμένης πλειάδας $[1, 1+2n]$ με περιορισμό $X_2 \geq \omega_1$ και ολικό περιορισμό $\omega_1 = 0$ αναπαριστά το άπειρο σύνολο $\{[1, 1], [1, 3], \ldots\}$.
- Η επέκταση της γενικευμένης πλειάδας $[3 + 2n_1, 5 + 2n_2]$ με περιορισμό $X_1 = X_2 - \omega_1$ και ολικό περιορισμό $2 \leq \omega_1 \leq 4$ αναπαριστά τους πιθανούς κόσμους $\{\ldots, [1, 3], [3, 5], [5, 7], [7, 9], \ldots\}$, $\{\ldots, [1, 5], [3, 7], [5, 9], \ldots\}$.

Ορισμός 2.8. Η **επέκταση γενικευμένης σχέσης** είναι ένα πεπερασμένο σύνολο επεκτάσεων γενικευμένων πλειάδων του ίδιου σχήματος (schema) μαζί με έναν ολικό περιορισμό.

Παρατήρηση. Με μια γρήγορη ματιά, το μοντέλο που περιγράψαμε δεν αναπαριστά σημεία αλλά μόνο διαστήματα. Τα σημεία όμως μπορούμε να τα φανταστούμε ως διαστήματα με μηδενικό μήκος.

Παράδειγμα 2.9.

- το διάστημα $[4+5n, 4+5n]$ αναπαριστά το περιοδικό lrp $4+5n$.
- το διάστημα $[4+5n_1, n_2]X_1 = X_2 + \omega_1$ αναπαριστά το περιοδικό μη πλήρες lrp $\omega_2 + 5n_1$ όπου $\omega_2 = \omega_1 + 4$.

Με αυτή την τεχνική αποφεύγουμε τη χρήση ω-μεταβλητών στα γνωρίσματα των σχέσεων και κατ' επέκταση στα lrp, γεγονός που κάνει το μοντέλο πιο κομψό και πιο απλό για τις αποδείξεις θεωρητικών αποτελεσμάτων.

2.3 Είδη χρονικής περιοδικής πληροφορίας

Στην υποενότητα αυτή θα προσπαθήσουμε να κατηγοριοποιήσουμε τα δυνατά είδη χρονικής περιοδικής πληροφορίας είτε είναι πλήρης είτε όχι. Για ευκολία στη διατύπωση θα ορίσουμε αρχικά κάποιες έννοιες που σχετίζονται με την χρονική περιοδική πληροφορίας.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα διάστημα στους ακεραίους έχει *μήκος* ίσο με τη διαφορά των ακραίων σημείων του.

Παράδειγμα 2.10. Το διάστημα $[3,5]$ έχει μήκος 2.

Ορισμός 2.11. Θα ονομάζουμε **περιοδικό σύνολο διαστημάτων** το σύνολο διαστημάτων στους ακεραίους το οποίο αποτελείται από διαστήματα ίδιου μήκους που η απόσταση των αρχικών τους άκρων είναι σταθερή[†]. Πιο φορμαλιστικά, το σύνολο διαστημάτων που τα άκρα τους ορίζονται από ένα υποσύνολο ενός lrp με περισσότερα του ενός στοιχεία. Ένα περιοδικό σύνολο διαστημάτων μπορεί να περιέχει άπειρα ή πεπερασμένα στοιχεία.

Παράδειγμα 2.12.

- το σύνολο $\{\ldots, [3,5], [6,8], [9,11], \ldots\}$ έχει άπειρα σημεία και είναι περιοδικό.

[†]Υποθέτουμε για απλότητα ότι τα διαστήματα που ανήκουν σε ένα περιοδικό σύνολο διαστημάτων είναι του ίδιου μήκους αλλά θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι είναι διαφορετικού μήκους και ότι είναι περιοδικά ως προς ένα από τα δύο ακραία σημεία.

- το σύνολο $\{[3,5],[6,9],[9,13]\}$ έχει πεπερασμένα στοιχεία και είναι περιοδικό.
- το σύνολο $\{\ldots,[3,5],[6,8],[10,11],\ldots\}$ έχει άπειρα σημεία και δεν είναι περιοδικό.

Μπορούμε να διαχωρίσουμε τα εξής είδη χρονικής περιοδικής πληροφορίας:

πλήρης είναι η περίπτωση της πλήρους χρονικής περιοδικής πληροφορίας όπου δηλαδή είναι γνωστό το μήκος των διαστημάτων καθώς και το πλήθος των στοιχείων του περιοδικού συνόλου διαστημάτων (παράδειγμα 2.13 1).

μη πλήρης

1. είναι γνωστό το μήκος των διαστημάτων αλλά δεν είναι γνωστό το πλήθος τους (παράδειγμα 2.13 2).
2. δεν είναι γνωστό το μήκος των διαστημάτων αλλά είναι γνωστό το πλήθος τους (παράδειγμα 2.13 3).
3. στην πιο γενική περίπτωση δεν είναι γνωστό ούτε το πλήθος ούτε το μήκος των διαστημάτων (παράδειγμα 2.13 4).

Για καθεμία από τις παραπάνω περιπτώσεις υπάρχουν οι υποπεριπτώσεις όπου το περιοδικό σύνολο διαστημάτων έχει άπειρα ή πεπερασμένα στοιχεία.

Η αναπαράσταση των διαφορετικών ειδών χρονικής περιοδικής πληροφορίας μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας την επέκταση της γενικευμένης σχέσης ως εξής:

Αρχή Διαστήματος	Τέλος Διάστήματος	
$c_1 + kn_1$	$c_2 + kn_2$	$X_1 = X_2 - \omega_1 \wedge X_1(X_2) \geq (\leq)\omega_2$

όπου $c_1 + kn_1$, $c_2 + kn_2$ τα lrp που αναπαριστούν το περιοδικό σύνολο διαστημάτων, ω_1 το μήκος των διαστημάτων και το ω_2 καθορίζει το πλήθος των στοιχείων του περιοδικού συνόλου διαστημάτων. Στην περίπτωση που το πλήθος των στοιχείων του περιοδικού συνόλου διαστημάτων είναι άπειρο η συνθήκη $X_1(X_2) \geq (\leq)\omega_2$ παραλείπεται.

Ο ολικός περιορισμός θα είναι ισότητες (ή ανισότητες) πάνω στις μεταβλητές ω_1, ω_2 ανάλογα αν γνωρίζουμε (ή όχι) το μήκος (ω_1) ή το πλήθος (ω_2). Πιο συγκεκριμένα, για την περίπτωση 1 θα είναι $\omega_1 = l, \omega_2 \geq k$ όπου l το μήκος των διαστημάτων και το k καθορίζει το μέγιστο πλήθος των στοιχείων του περιοδικού συνόλου διαστημάτων. Για την περίπτωση 2 θα είναι

$l_1 \geq \omega_1 \geq l_2, \omega_2 = k$ όπου l_1, l_2 το διάστημα στο οποίο κυμαίνεται το μήκος των διαστημάτων και το k καθορίζει το πλήθος των στοιχείων του περιοδικού συνόλου διαστημάτων. Ομοίως για την περίπτωση 3 $l_1 \geq \omega_1 \geq l_2, \omega_2 \geq k$.

Στη συνέχεια, παραθέτουμε κάποια παραδείγματα αναπαράστασης πλήρους και μη πλήρους χρονικής περιοδικής πληροφορίας.

Παράδειγμα 2.13.

1. *Πλήρης χρονική περιοδική πληροφορία.* Το μάθημα ξεκινάει στις 2 Ιουνίου 2008 και διαρκεί 10 εδβομάδες. Οι διαλέξεις γίνονται κάθε Δευτέρα στη 13:00 και διαρκούν 3 ώρες.

Αρχή	Τέλος
$13 + 168n_1$	$16 + 168n_2$

$X_1 = X_2 - 3 \wedge X_1 \geq 13 \wedge X_1 \leq 13 + 168 \cdot 10$

2. *Μη πλήρης χρονική περιοδική πληροφορία.* Το μάθημα ξεκινάει στις 2 Ιουνίου 2008 και δε γνωρίζω πόσες εβδομάδες θα διαρκέσει. Οι διαλέξεις γίνονται κάθε Δευτέρα στη 13:00 και διαρκούν 3 ώρες.

Αρχή	Τέλος
$13 + 168n_1$	$16 + 168n_2$

$X_1 = X_2 - 3 \wedge X_1 \geq 13 \wedge X_1 \leq \omega_1$

Ολικός περιορισμός:

$$\omega_1 \leq 168 \cdot 13$$

3. *Μη πλήρης χρονική περιοδική πληροφορία.* Το μάθημα ξεκινάει στις 2 Ιουνίου 2008 και διαρκεί 10 εδβομάδες. Οι διαλέξεις γίνονται κάθε Δευτέρα στη 13:00 αλλά δεν γνωρίζω πόσο διαρκούν.

Αρχή	Τέλος
$13 + 168n_1$	n_2

$X_1 = X_2 - \omega_1 \wedge X_1 \geq 13 \wedge X_1 \leq 13 + 168 \cdot 10$

Ολικός περιορισμός:

$$0 \leq \omega_1 \leq 12$$

4. *Μη πλήρης χρονική περιοδική πληροφορία.* Το μάθημα διαρκεί τουλάχιστον 10 εβδομάδες και τελειώνει την τελευταία εβδομάδα του Αυγούστου αλλά δεν γνωρίζω πότε άρχισε. Οι διαλέξεις γίνονται κάθε Δευτέρα στη 13:00 αλλά δεν γνωρίζω πόσο διαρκούν.

Αρχή	Τέλος
$-13 + 168n_1$	n_2

$X_1 = X_2 + \omega_1 \wedge X_1 \leq \omega_2$

Ολικός περιορισμός:

$$0 \leq \omega_1 \leq 12, \omega_2 \leq -13 - 168 \cdot 10$$

Παρατηρήσεις:

- Στην περίπτωση που έχουμε περισσότερα δεδομένα μπορεί να έχουμε πρόβλημα με τη συμβατότητα της πληροφορίας που αναπαριστά η βάση οπότε προσθέτουμε ένα μη χρονικό γνώρισμα έτσι ώστε κάθε ζεύγος χρονικής πληροφορίας να αναγνωρίζεται μοναδικά.

- Για την αναπαράσταση της χρονικής πληροφορίας υποθέτουμε ότι ο χρόνος αρχικοποιείται στο 0 κάποια Δευτέρα στις 0:00 και ότι η μονάδα χρόνου είναι η ώρα (οπότε η μια εβδομάδα είναι 168 μονάδες χρόνου). Στην περίπτωση 4 χρησιμοποιούμε για ευκολία τους αρνητικούς ακεραίους. Αντίστοιχα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το σύστημα ημερομηνίας του Ladkin όπως ορίζεται στο [5].

- Παρατηρούμε ότι όλες οι παραπάνω περιπτώσεις είναι της μορφής:

Αρχή Διάλεξης	Τέλος Διάλεξης
$c_1 + kn_1$	$c_2 + kn_2$

$X_1 = X_2 - \omega_1 \wedge X_1 \geq c_1 \wedge X_1 \leq \omega_2$

Ολικός περιορισμός:

$$\omega_1 \leq ld, \omega_2 \geq cd$$

όπου c_1, c_2 οι χρόνοι έναρξης, ld, cd οι διάρκεια των διαλέξεων και των μαθημάτων αντίστοιχα.

2.4 Σημασιολογία και Εκφραστικότητα

Για τις ω-μεταβλητές χρησιμοποιούμε τη σημασιολογία κλειστού κόσμου (βλ. [3] καθώς και την εργασία για τη μη πλήρη πληροφορία).

Παράδειγμα 2.14. Η σχέση

Αρχή	Τέλος
$13 + 10n_1$	$16 + 10n_2$

$X_1 = X_2 - 3 \wedge X_1 \geq 13 \wedge X_1 \leq \omega_1$

Ολικός περιορισμός:

$$\omega_1 \leq 23$$

αναπαριστά τους κόσμους:

$$\left\{ \boxed{[13,16]}, \boxed{\begin{array}{|c|}\hline [13,16] \\ \hline [23,26] \\ \hline\end{array}} \right\}$$

Για να δείξουμε πόσο εκφραστικό είναι το μοντέλο των επεκτεταμένων γενικευμένων σχέσεων είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι σύμφωνα με το [2] το μοντέλο των γενικευμένων σχέσεων είναι το ίδιο εκφραστικό με την αριθμητική Presburger ([1]) με μοναδιαία και δυαδικά κατηγορήματα. Δηλαδή κάθε Presburger φόρμουλα μπορεί να αναπαρασταθεί με γενικευμένες σχέσεις.

Επιπλέον, επειδή το μοντέλο των επεκτεταμένων γενικευμένων σχέσεων είναι γενίκευση του μοντέλου των γενικευμένων σχέσεων είναι τουλάχιστον τόσο εκφραστικό όσο η αριθμητική Presburger με μοναδιαία και δυαδικά κατηγορήματα. Αυτό γίνεται αντιληπτό αν θεωρήσουμε ότι κάθε γενικευμένη σχέση είναι ισοδύναμη με μια τετριμμένη επέκταση της με αντικατάσταση των σταθερών $c_1, \ldots, c_n$ με τις ω-μεταβλητές $\omega_1, \ldots, \omega_n$ και προσθέτοντας τον ολικό περιορισμό $\omega_1 = c_1, \ldots, \omega_n = c_n$. Τέλος η αριθμητική Presburger από την σκοπιά της υπολογισιμότητας είναι υπολογίσιμη και αυτό μας αρκεί, δεν θα ασχοληθούμε εδώ με ζητήματα πολυπλοκότητας.

Συνδυάζοντας αυτές τις ιδιότητες με τις δυνατότητες αναπαράστασης μη πλήρους πληροφορίας από το προηγούμενο εδάφιο μπορούμε, διαισθητικά κυρίως, να ισχυριστούμε ότι το επεκτεταμένο μοντέλο μπορεί να αναπαραστήσει όλα τα είδη πλήρους και μη χρονικής περιοδικής πληροφορίας.

3 Διαχείριση Περιοδικής Χρονικής Πληροφορίας

Η διαχείριση πλήρους περιοδικής χρονικής πληροφορίας περιγράφεται στο [2]. Θα παρουσιάσουμε εδώ μια μόνο (λόγω έκτασης) γλώσσα επερωτήσεων για πλήρη και μη πλήρη περιοδική χρονική πληροφορία.

3.1 Τελεστές Επερωτήσεων

3.1.1 Ένωση

Η ένωση δύο επεκτάσεων γενικευμένων σχέσεων γίνεται απλά ενοποιώντας τις δύο σχέσεις καθώς και τους ολικούς περιορισμούς υποθέτοντας χωρίς βλάβη της γενικότητας ότι οι μεταβλητές είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Στη συνέχεια, μπορούμε να κάνουμε απαλοιφή μεταβλητών χρησιμοποιώντας για παράδειγμα τον αλγόριθμο του Fourier όπως περιγράφεται στα [6, 3].

3.1.2 Τομή

Για τον υπολογισμό της τομής δύο επεκτάσεων γενικευμένων σχέσεων είναι χρήσιμος ο υπολογισμός της τομής δύο lrp ([2]. Έστω $c_1 + n_1 k_1$ και $c_2 + n_2 k_2$ 2 lrp και k το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των $\{|k_1|, |k_2|\}$. Αν υπάρχει κάποιο

$j \in [0, (k/k_1) - 1]$ τέτοιο που

$$\frac{c_1 - c_2}{k_2} + \frac{jk_1}{k_2} = i \in Z$$

τότε το αποτέλεσμα της τομής είναι

$$c_1 + n_1 k_1 \cap c_2 + n_2 k_2 = c + nk$$

όπου $c = c_2 + ik_2$ αλλιώς

$$c_1 + n_1 k_1 \cap c_2 + n_2 k_2 = \emptyset$$

Η τομή μια επέκτασης γενικευμένης σχέσης είναι η ένωση των τομών των γενικευμένων πλειάδων και η σύζευξη των ολικών τους περιορισμών. Η τομή δύο γενικευμένων πλειάδων έχει ως αρχικό σημείο την τομή των δύο αρχικών σημείων και ως τελικό την τομή των δύο τελικών και περιορισμό τη σύζευξη των δύο περιορισμών. Επίσης γίνεται μετονομασία μεταβλητών όπου χρειάζεται.

Παράδειγμα 3.1.

Αρχή	Τέλος
$5n_3$	$5n_4 + 2$

$X_1 = X_2 - \omega_1 \wedge X_1 \geq 4$

Ολικός περιορισμός:

$$\omega_1 \geq 2$$

Αρχή	Τέλος
$1 + 2n_1$	$-4 + 3n_2$

$X_1 \leq X_2 \wedge X_1 \geq \omega_1$

Ολικός περιορισμός:

$$\omega_1 \leq 5$$

Η τομή των δύο παραπάνω σχέσεων είναι:

Αρχή	Τέλος
$1 + 2n_1$	$-4 + 3n_2$

$X_1 \leq X_2 \wedge X_1 \geq \omega_1 \wedge X_1 = X_2 - \omega_2 \wedge X_1 \geq 4$

Ολικός περιορισμός:

$$\omega_1 \leq 5, \omega_2 \geq 2$$

3.1.3 Προβολή

Για τον υπολογισμό της προβολής σε μια επέκταση γενικευμένης σχέσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο προβολής που περιγράφεται στο [2] με τη διαφορά ότι πρέπει με κάποιο τρόπο να χειριστούμε τον ολικό περιορισμό. Περιγράφουμε μη φορμαλιστικά μια ιδέα για την λύση του προβλήματος. Χρησιμοποιούμε αρχικά τον αλγόριθμο του [2] για τον υπολογισμό της προβολής λαμβάνοντας υπόψην μόνο τα διαστήματα τα οποία ανήκουν σε όλους τους πιθανούς κόσμους (σίγουρα διαστήματα). Η προηγούμενη διαδικασία μπορεί να πραγματοποιηθεί δίνοντας στις ω-μεταβλητές τις κατάλληλες ακραίες τιμές τους. Το αποτέλεσμα ανήκει σίγουρα σε όλους τους πιθανούς κόσμους της προβολής. Επίσης αυτό το αποτέλεσμα αποτελεί ένα φράγμα για τις ω-μεταβλητές. Το άλλο φράγμα το βρίσκουμε δίνοντας στις ω-μεταβλητές τις ακραίες τιμές που δεν είχαμε αναθέσει προηγουμένως (πιθανά διαστήματα).

Παράδειγμα 3.2. Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την προβολή στην πρώτη στήλη για την ακόλουθη πλειάδα:

$$\begin{array}{rl} [4n_1 + 3, 8n_2 + 1] & X_1 \geq X_2 \wedge X_1 \leq X_2 + \omega_1 \wedge X_2 \geq 2 \\ \text{ολικός περιορισμός:} & 5 \leq \omega_1 \leq 6 \end{array}$$

Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο του [2] μετά τις απαραίτητες κανονικοποιήσεις έχουμε για τα σίγουρα διαστήματα:

$$8n_1 + 3 \qquad X_1 \geq 11$$

ενώ για τα πιθανά διαστήματα:

$$8n_1 + 7 \qquad X_1 \geq 15$$

οπότε το τελικό αποτέλεσμα είναι:

$$\begin{array}{rl} [8n_1 + 3, 8n_1 + 7] & X_1 \geq 11 X_1 = X_2 - \omega_1 \\ \text{ολικός περιορισμός:} & 3 \leq \omega_1 \leq 7 \end{array}$$

Οι υπόλοιπες πράξεις (επιλογή, καρτεσιανό γινόμενο, ένωση) παραλείπονται λόγω χώρου και χρόνου.

Αναφορές

[1] H. Enderton. *A Mathematical Introduction to Logic.*

[2] F. Kabanza, J.-M. Stevenne, and P. Wolper. Handling infinite temporal data. pages 392–403, 1990.

[3] M. Koubarakis. Database models for infinite and indefinite temporal information. *Information Systems*, 19(2):141–173, 1994.

[4] M. Koubarakis. The complexity of query evaluation in indefinite temporal constraint databases. *Theoretical Computer Science*, 171(1–2):25–60, 1997.

[5] P. B. Ladkin. Primitives and units for time specification. In *AAAI*, pages 353–359, 1986.

[6] A. Schrijver. *Theory of Linear and Integer Programming.* John Wiley & Sons, June 1998.